

## EL ALGEBRA DE PROPOSICIONES Y LA LOGICA DEL DESCUBRIMIENTO

Hace unos años Vicente Muñoz publicó una breve nota en la que daba cuenta de los últimos planteamientos en torno al problema de la lógica inductiva (Muñoz 1972). En aquella ocasión, como tantas otras veces, demostraba su capacidad de síntesis, y su constante inquietud por divulgar en España los estudios más avanzados de lógica y metodología de la ciencia. Con su espíritu abierto, su abundante erudición y sus dotes para la exposición y la enseñanza ha contribuido a que muchos otros nos interesáramos por el análisis lógico y la filosofía científica. Sirvan estas páginas de homenaje personal y prueba de agradecimiento.

Para precisar nuestro tema tomaré pie de la distinción a que aludía Muñoz en el artículo mencionado: en el problema de la inducción (aquí diremos, situando la cuestión en términos más generales: en el problema del análisis del descubrimiento científico) deben distinguirse dos aspectos, el propiamente lógico y el gnoseológico o epistemológico. Quizá cabría añadir que en la metodología de la ciencia del siglo XX las discusiones se han centrado en torno al segundo aspecto. El resultado ha sido un cambio de perspectiva en el tratamiento del problema de la inducción que no residirá ya en la justificación del conocimiento obtenido por inducción, sino en la evaluación y reglas para la aceptación de hipótesis, independientemente de cualquier cuestión relativa al descubrimiento o formulación de éstas. Tal es en efecto el diagnóstico de Lakatos en su valioso trabajo titulado precisamente «Cambios en el problema de la lógica inductiva» (Lakatos 1968) del que se hacía eco Muñoz.

Hay algunos autores, sin embargo, que han hecho hincapié en lo que cabe seguir llamando los aspectos estrictamente lógicos del proceso del descubrimiento científico. Tal es el caso de Hanson (1958). Según este autor, si la pregunta característica de la problemática actual de la inducción es del tipo «¿cuáles son las razones por las que *se acepta* una hipótesis?», la pregunta característica de lo que debería entenderse estrictamente por una *lógica del descubrimiento* es del tipo «¿cuáles son las razones por las que *se propone* una determinada hipótesis como posible explicandum para un problema?».

Según Hanson, es posible distinguir diversas posiciones ante esta última pregunta. La posición inductivista clásica respondería que las hipótesis se formulan como generalizaciones a partir de la experiencia por inducción simple. De acuerdo con el modelo hipotético-deductivo de la explicación científica (y por lo tanto con los planteamientos actuales de la inducción) la respuesta podría ser o bien que se trata de un problema

de la psicología del descubrimiento sin interés lógico ni metodológico, o bien que las razones por las que se propone una hipótesis son del mismo tipo que aquellas por las que se acepta una hipótesis ya formulada: porque se espera que sea confirmada por los hechos (en el caso de la metodología popperiana habría que decir «porque se espera que sea corroborada», lo cual conlleva suponer que la hipótesis tiene un elevado contenido informativo y ciertas posibilidades de salir con éxito de los severos controles empíricos a los que se la va a someter: en cualquier caso se trata del mismo tipo de razones que el popperiano aduciría para aceptar una hipótesis ya propuesta). Por último el propio Hanson, siguiendo a Peirce y a Aristóteles, considera que es posible otro tipo de respuesta a la pregunta característica de la lógica del descubrimiento: las razones por las que se propone una hipótesis son de naturaleza lógica, no psicológica, y no se reducen a las razones por las que se acepta una hipótesis previamente formulada ni al principio clásico de inducción a partir de la experiencia. El objetivo de la lógica del descubrimiento, o lógica de la retroducción (de la abducción, en terminología de Peirce) sería precisamente llevar a cabo el análisis lógico de esta operación intelectual.

Hanson apoya su intuición en ejemplos históricos, en especial en el del descubrimiento de las leyes de Kepler, asunto éste del que se ha ocupado en repetidas ocasiones. El núcleo de sus ideas se puede resumir de la siguiente manera: el proceso del descubrimiento científico se caracteriza por partir de la constatación de un acontecimiento que resulta extraño o problemático. Al formular una hipótesis para explicarlo lo que se hace es buscar alguna proposición tal que de ella se derive, como consecuencia lógica, el enunciado que describe el acontecimiento que originó el problema, pero de tal manera que, una vez deducido de la hipótesis, deje de resultar extraño.

No es mi intención entrar aquí a discutir las ideas de Hanson, en las cuales me parece que se hallan todavía mezclados aspectos estrictamente lógicos con otros de tipo gnoseológico y hasta psicológico (posiblemente como consecuencia del excesivamente laxo concepto de la lógica que mantenía Hanson, como buen wittgensteiniano). Quiero sin embargo tomar de él la idea general —que me parece fructífera— de que en el proceso del descubrimiento científico hay aspectos susceptibles de un análisis lógico formal.

Un ejemplo ya clásico de cómo se puede realizar este análisis es el trabajo de Polya sobre el razonamiento plausible (Polya, 1953). Desde entonces el tema de la lógica retroductiva, o de la inferencia plausible, se ha mantenido vivo en la literatura especializada (Rescher 1976), conectado en muchas ocasiones con los problemas de la lógica inductiva o con los nuevos enfoques de la teoría de los conjuntos borrosos, que parece apta para clarificar un tipo de razonamiento parecido: el llamado *approximate reasoning* (Zadeh 1975).

Aquí me limitaré a esbozar una posible vía de clarificación de los problemas lógicos presentes en el proceso del descubrimiento científico, basándome en el álgebra booleana de las proposiciones. La idea consiste en poner de manifiesto que, a partir de las propiedades de un retículo booleano de proposiciones no sólo se puede dar un contenido preciso a

nociones como las de sistema deductivo o teoría, y las de consistencia y completud de una teoría, sino que también se puede, igualmente, aclarar los conceptos de sistema retroductivo o campo de hipótesis, y algunas propiedades de estas entidades conceptuales, en especial las que llamaremos su relevancia y su discriminatividad o carácter básico.

Antes de entrar definitivamente en materia conviene hacer una advertencia sobre la diferencia de enfoque entre nuestro objetivo y el de la teoría carnapiana de la confirmación de hipótesis o la popperiana de la corroboración de teorías. La diferencia más aparente se puede constatar en el hecho de que aquí no utilizaremos en ningún momento el concepto de probabilidad de una proposición (lo cual nos resulta tanto más factible cuanto que nos vamos a limitar al nivel de la lógica de proposiciones no analizadas, es cierto; pero pienso que el enfoque es generalizable a otros niveles más potentes del análisis lógico). Sin embargo, tanto en Carnap como en Popper, la noción de probabilidad (o improbabilidad) lógica de una proposición resulta central para clarificar la posible parte de una lógica del descubrimiento que acompaña a sus teorías de la inducción o del desarrollo científico. Bunge (1963, 1974) ha realizado críticas pertinentes a este uso del concepto de probabilidad aplicado a proposiciones. Cabe además señalar que la introducción de este concepto (la probabilidad o improbabilidad de una proposición) es una puerta abierta para que se mezclen y confundan de nuevo aspectos lógicos, epistemológicos y psicológicos en el tratamiento de la lógica del descubrimiento. Uno de nuestros objetivos es precisamente demostrar que se puede clarificar en gran medida el proceso de la inferencia retroductiva (la lógica del descubrimiento) sin aludir para nada a cuestiones gnoseológicas relacionadas con la verdad de las proposiciones (con la evaluación de una hipótesis, etc.). Desde luego con ello no pretendemos agotar el tema, pero habremos dado un paso más en su clarificación.

### 1. *El álgebra de la lógica de proposiciones.*

Recordemos que un álgebra booleana de proposiciones se puede caracterizar como una estructura

$$B =_{df} [P, t, c, \wedge, \vee, \neg, \equiv]$$

con las siguientes propiedades:

a)  $P$  es un conjunto finito no vacío de proposiciones y  $\equiv$  es una relación de equivalencia en  $P$  congruente para las operaciones de la estructura  $B$ .

(b)  $t$  y  $c$  son elementos característicos de la partición  $P/\equiv$  neutros respectivamente para las operaciones  $\wedge$  y  $\vee$ .

(c)  $\wedge$  y  $\vee$  son operaciones binarias internas en  $P$ , asociativas, conmutativas y mutuamente distributivas (y por lo tanto con las propiedades de idempotencia y absorción).

(d)  $\neg$  es una operación monaria interna en  $P$ , o función de complementación, tal que para cualquier  $p \in P$ :  $p \vee \neg p \equiv t$ ,  $p \wedge \neg p \equiv c$ .

La estructura  $B$  constituye un retículo distributivo y complementado para la relación de orden parcial que simbolizaremos por  $\longrightarrow$  y que puede interpretarse como la relación de implicación lógica entre proposiciones, y definirse, para cualesquiera  $p, q \in P$ :

$$p \longrightarrow q \text{ =df } p \wedge q \equiv p$$

La relación de implicación es reflexiva, antisimétrica y transitiva. El conjunto  $P$  queda pues parcialmente ordenado por ella, y presenta las siguientes propiedades relevantes:

Para cualquier proposición  $p \in P$ ,  $c \longrightarrow p$ ,  $p \longrightarrow t$ .

Para cualesquiera  $p, q, \in P$ ,  $p \wedge q \longrightarrow p$ ,  $p \longrightarrow q \vee q$ .

No hace falta decir que  $t$  y  $c$  representan, respectivamente, la clase de las proposiciones tautológicas y contradictorias (una vez evaluadas respecto a sus posibles valores veritativos), y que las operaciones  $\wedge$ ,  $\vee$  y  $\neg$  son respectivamente la conjunción, disyunción y negación proposicionales.

Dado un conjunto de proposiciones  $P$  y una proposición  $p \in P$ , podemos definir un retículo booleano en  $P$ , y caracterizar en ese retículo las nociones de consecuencia lógica de  $p$  y de premisa de la que  $p$  es una consecuencia lógica sin necesidad de utilizar ni tablas de valores veritativos ni, por lo tanto, ninguna noción gnoseológica de verdad o falsedad. El conjunto de las consecuencias de  $p$  será el conjunto  $P^c \subseteq P$  tal que para cualquier  $p^c \in P^c$ ,  $p \longrightarrow p^c$ . Y el conjunto de las premisas de  $p$  será el conjunto  $P^p \subseteq P$  tal que para cualquier  $p^p \in P^p$ ,  $p^p \longrightarrow p$ .

Adelantemos que las nociones de consecuencia y premisa de una proposición son duales y que esta dualidad nos puede servir de guía para el análisis de la retroducción.

En un álgebra finita de proposiciones existen procedimientos de decisión para el problema de calcular el conjunto de todas las premisas y todas las consecuencias de una proposición dada. La base del procedimiento es la teoría de las formas normales completas, que se pueden caracterizar a partir del concepto de constituyentes mínimos o átomos de un retículo booleano (o correlativamente, a partir del concepto de constituyentes máximos). Veamos un ejemplo.

Supongamos un conjunto inicial de dos proposiciones  $\{p_1, p_2\}$ . A partir de él se puede generar un retículo booleano de 16 proposiciones diferentes (o, si se prefiere hablar así, de 16 clases de equivalencia proposicional). En este retículo existen unos elementos mínimos o átomos formados por las conjunciones elementales  $p_1 \wedge p_2$ ,  $p_1 \wedge \neg p_2$ ,  $\neg p_1 \wedge p_2$ ,  $\neg p_1 \wedge \neg p_2$ . Los designaremos mediante los signos  $ct_1$ ,  $ct_2$ ,  $ct_3$ ,  $ct_4$ . (Los constituyentes máximos son duales de los mínimos:  $p_1 \vee p_2$ ,  $p_1 \vee \neg p_2$ , etcétera; pero no los utilizaremos aquí).

Características de los constituyentes mínimos son las siguientes:

(a) Para cualquier  $p \in P$  hay un  $ct_i$  tal que  $ct_i \longrightarrow p$ .

(b) Para cualesquiera  $p_i$ ,  $ct_j$ , si  $p_i \longrightarrow ct_j$  entonces o bien  $p_i \equiv ct_j$  o bien  $p_i \equiv c$ . (Por consiguiente para cualesquiera  $ct_i$ ,  $ct_j$ ,  $ct_i \wedge ct_j \equiv c$ : de ahí el nombre de átomos o constituyentes mínimos).

(c) Cualquier proposición es equivalente a la disyunción de un conjunto de constituyentes mínimos (que componen la forma normal disyuntiva completa de esa proposición). Al conjunto de constituyentes cuya disyunción es equivalente a la proposición  $p$ , lo designaremos por  $CT(p)$ . Es fácil demostrar las siguientes propiedades:

$$CT(p) = \emptyset \text{ ssi } p \equiv c$$

$CT(p) = U$  ssi  $p \equiv t$  ( $U$  representa al conjunto de todos los constituyentes del retículo booleano).

$$CT(p \wedge q) = CT(p) \cup CT(q)$$

$$CT(p \vee q) = CT(p) \cap CT(q)$$

$$CT(\neg p) = \overline{CT(p)}$$

Por consiguiente es fácil comprobar que  $p \longrightarrow q$  ssi  $CT(p) \subseteq CT(q)$ . De ahí que para calcular todas las consecuencias de una proposición  $p$  baste con poner a  $p$  en forma normal disyuntiva completa y construir todas las posibles disyunciones de  $p$  con constituyentes mínimos no incluidos en  $CT(p)$ . Cada una de las formas normales completas así obtenidas representará una clase de proposiciones equivalentes que son consecuencias de  $p$ . De forma paralela, para construir el conjunto de todas las premisas de  $p$  basta construir todas las combinaciones disyuntivas de todos los constituyentes incluidos en  $CT(p)$ . Cada una de éstas representa una clase de proposiciones equivalentes que son premisas válidas para  $p$  (de las cuales  $p$  es una consecuencia válida). (Más detalles en Quintanilla 198...).

Este ejemplo sencillo demuestra que, al nivel de la lógica de proposiciones, el problema de la retroducción (la búsqueda de premisas para la deducción de una proposición) es de la misma naturaleza lógica que el problema de la deducción (el cálculo de las consecuencias de una proposición). Esto nos sugiere la posibilidad de generalizar algunos procedimientos y conceptos de la lógica deductiva a la correspondiente teoría de la retroducción.

## 2. Sistemas deductivos y sistemas retroductivos.

A partir del álgebra booleana de las proposiciones podemos construir la noción de sistema deductivo, o teoría, definiendo este concepto como un *filtro* en un retículo booleano. De forma dual podemos definir un sistema retroductivo o campo de hipótesis para una proposición como un *ideal* en el retículo booleano. Recordemos previamente las nociones de filtro e ideal en retículos booleanos (Rasiowa-Sikorski, 1968).

Dado un retículo booleano  $B$ , decimos que un filtro  $F$  es una subestructura de  $B$ .

$$F \stackrel{\text{df}}{=} [ p^F, B ] \quad (\text{con } p^F \subseteq P)$$

tal que:

$$(a) \text{ Si } p_i, p_j \in p^F, \text{ entonces } p_i \wedge p_j \in p^F$$

$$(b) \text{ Si } p_i \in p^F, p \in P, \text{ y } p_i \longrightarrow p \text{ en } B \text{ entonces } p \in p^F$$

Dado un conjunto de proposiciones iniciales  $\{p_1, p_2, \dots, p_n\}$  decimos que el filtro generado por éstas constituye una teoría (cuya base axiomática es  $p_1, p_2, \dots, p_n$ ). Desde esta perspectiva es posible identificar las nociones de filtro en un retículo booleano, sistema deductivo y teoría (Quintanilla 198...).

La noción de ideal en un retículo booleano es dual de la de filtro. Así pues, dado un retículo booleano  $B$ , decimos que la subestructura  $I =_{df} [P^I, B]$  es un ideal de  $B$  ssi:

(a) Si  $p_i, p_j \in P^I$ , entonces  $p_i \vee p_j \in P^I$ .

(b) Si  $p_i \in P^I$ ,  $p_i \in P$ , y  $p_i \longrightarrow p_j$  en  $B$ , entonces  $p_j \in P^I$ .

Dado un conjunto de proposiciones básicas  $\{p_1, p_2, \dots, p_n\}$  decimos que el ideal generado por éstas constituye un sistema retroductivo o campo de hipótesis para el conjunto  $\{p_1, p_2, \dots, p_n\}$  (que representan los «datos» para cuya explicación se busca una hipótesis). Desde esta perspectiva es posible identificar las nociones de ideal en un retículo booleano de proposiciones, sistema retroductivo y campo de hipótesis.

La dualidad entre filtros e ideales puede explotarse para el tratamiento de algunas cuestiones metalógicas como las de la consistencia y completud de una teoría (paralelamente la relevancia y discriminatividad o carácter básico de un campo de hipótesis). Para ello necesitamos algunas nuevas definiciones.

Diremos que un filtro (ideal) en el retículo  $B$  es *proprio* ssi el conjunto de las proposiciones que pertenecen a él está propiamente incluido en (es decir no es idéntico a, pero está incluido en) el conjunto  $P$  del retículo booleano  $B$ . Puede demostrarse que un filtro (ideal) propio en  $B$  excluirá como mínimo a la clase  $c$  (t) de las proposiciones contradictorias (tautológicas).

Dado un filtro (ideal) propio en un retículo  $B$ , decimos que es un filtro (ideal) *máximo* ssi cualquier otro filtro (ideal) propio está incluido en él. Es fácil demostrar que un filtro (ideal) máximo tiene como elemento ínfimo (supremo) uno y sólo uno de los constituyentes mínimos (uno y solo uno de los constituyentes máximos) del retículo.

Pues bien, dadas estas definiciones, se puede demostrar que una teoría es consistente ssi es un filtro propio. Y que una teoría consistente es completa ssi es un filtro máximo. La propia definición de filtro propio (que excluye la clase de las proposiciones contradictorias) da cuenta de la identidad entre teorías consistentes y filtros propios. Respecto a la completud, podemos definirla como una propiedad de una teoría  $T$  en un retículo booleano  $B$  tal que para cualquier proposición  $p \in B$  vale que o bien  $p \in T$  o bien  $\neg p \in T$ . A partir de aquí es fácil demostrar que cualquier filtro máximo en  $B$  incluye o bien a  $p$  o bien a  $\neg p$ , (recuérdese las propiedades de las formas normales disyuntivas completas, en especial que  $CT(\neg p) = \neg CT(p)$ ).

Por dualidad podemos construir el concepto de campo relevante de hipótesis como un *ideal propio* en un retículo booleano de proposiciones. De la misma manera que los filtros propios excluyen las proposiciones contradictorias, los ideales propios excluyen las tautologías. Llamar a

esta propiedad «relevancia de un campo de hipótesis» viene motivado por lo siguiente: si la base para la retroducción fuera una proposición tautológica cualquier hipótesis arbitraria sería igualmente válida o plausible. Es justamente la situación que se corresponde con lo que ocurre en una teoría cuando la base es contradictoria: podemos deducir cualquier proposición como consecuencia. Con otras palabras: las tautologías son irrelevantes en el contexto del descubrimiento de la misma manera que las contradicciones son funestas en el de la justificación.

Pienso que esta idea de la relevancia de un campo de hipótesis puede arrojar alguna luz sobre ciertos requisitos metodológicos generalmente aceptados (la prohibición de la proliferación de hipótesis *ad hoc*, de las explicaciones circulares o «aprorísticas», etc.) que podrían resumirse en el siguiente principio general: las tautologías no representan hechos o datos relevantes para la ciencia. (Naturalmente, esto se refiere a las ciencias factuales y puede entenderse como una consecuencia de la hipótesis general de que la lógica no tiene nada que ver con los hechos (Bunge 1974)). Dicho con otras palabras: sólo si un sistema reductivo es relevante en el sentido indicado, podrá constituir un campo de hipótesis interesante para el descubrimiento científico, porque sólo en ese caso estaremos constreñidos a considerar plausible alguna de las hipótesis lógicamente posibles y a excluir otras.

También la noción de discriminatividad completa de un sistema reductivo tiene interés. Diremos que un sistema reductivo es *completamente discriminativo* (o *básico*) si es un ideal máximo. El interés de esta noción para la lógica de la retroducción reside en lo siguiente: en un ideal máximo  $I$ , vale que, para cualquier proposición  $p$ , o bien  $p$  o bien  $\neg p$  pertenece a  $I$ . Correlativamente, dado un campo de hipótesis  $H$ , si  $H$  es básico en el sentido indicado, vale que para cualquier proposición  $p$ , o bien  $p \in H$  o bien  $\neg p \in H$ . Traducido a términos del proceso de descubrimiento de hipótesis, un sistema completamente discriminativo es aquel que excluye el mínimo de hipótesis, situación que parece relevante para fundar la lógica de la inducción por eliminación o para aclarar los experimentos cruciales.

Por último, es fácil establecer algunas relaciones entre las propiedades de los sistemas deductivos y los reductivos (teorías y campos de hipótesis):

(a) Un sistema reductivo irrelevante incluye las mismas proposiciones de una teoría inconsistente (todas las proposiciones del retículo booleano).

(b) Si un campo de hipótesis  $H$  con base  $X$  es relevante, existe al menos una teoría consistente  $T$  tal que  $X \in T$ .

(c) Si un campo de hipótesis  $H$  con base  $X$  es completamente discriminativo (o básico) existe una teoría consistente y completa que es incompatible con  $X$  (tal que  $\neg X \in T$ ).

### 3. La naturaleza de la inferencia reductiva.

Uno de los obstáculos que tradicionalmente se oponen al análisis lógico de la retroducción reside en la confusión de los problemas lógicos

relacionados con la inferencia y los problemas epistemológicos relacionados con la verdad. El origen de esta confusión está seguramente en la falta de precisión al tratar cuestiones como la de la verdad lógica. En efecto, si se adopta la definición de inferencia deductiva como aquella que partiendo de premisas verdaderas obtiene conclusiones verdaderas, es imposible trasladar esta forma de definición al caso de la inferencia retroductiva. La misma dificultad se encuentra con la noción de verdad lógica si ésta se entiende como una propiedad intrínseca de determinadas proposiciones, comparable a la verdad de las proposiciones contingentes. Desde el enfoque que hemos seguido aquí, la teoría de la inferencia puede plantearse en términos algebraicos que no tienen nada que ver con el concepto de verdad. Naturalmente ello no obsta para que pueda introducirse después la noción de verdad de una proposición de tal manera que se recupere, sin peligros de confusión, la noción tradicional de inferencia deductiva. Para ello basta considerar la evaluación veritativa de una proposición como una función del conjunto  $P$  de proposiciones sobre un conjunto binario  $\{1,0\}$  (si nos movemos en el ámbito de la lógica clásica bivalente), donde 1 puede representar lo verdadero y 0 lo falso. En tal caso podemos decir que las reglas de deducción garantizan que si la evaluación de las premisas de una inferencia es 1, la de la conclusión también es 1. Por otra parte las proposiciones tautológicas serían aquellas cuya evaluación es siempre 1 (cualquiera que sea la evaluación de sus componentes), y las contradictorias aquellas cuya evaluación es siempre 0. En cualquier caso la significación gnoseológica de la evaluación veritativa es algo independiente de su estructura algebraica.

Desde este punto de vista la retroducción no implica ningún riesgo de falacia lógica: su objetivo no es formalizar una inferencia desde proposiciones que representan datos a proposiciones que sean verdaderas, sino a proposiciones hipotéticas de naturaleza tal que, a partir de ellas, puedan deducirse las primeras. Las hipótesis que cumplan este requisito pueden en principio recibir el nombre de hipótesis *plausibles* para explicar los hechos que nos sirven de punto de partida. Naturalmente esto implica que en la retroducción puede considerarse plausible una proposición contradictoria. Pero esto no constituye ninguna fatalidad, porque nuestro objetivo no es encontrar proposiciones verdaderas, sino plausibles. La evaluación de su verdad es un asunto posterior que incluirá el control deductivo y empírico. Pero con ello entramos en el campo de la evaluación de hipótesis, no en el de su descubrimiento. Esta forma de entender la lógica de la inferencia retroductiva parece coherente con la propuesta de Hanson.

Sin embargo, para formalizar lo que podríamos llamar el proceso de la «retroducción natural» será preciso (como ocurre al formalizar la «deducción natural») incorporar una teoría de la evaluación veritativa de las proposiciones que se infieren retroductivamente. Las condiciones de una tal teoría (necesaria para completar el análisis del razonamiento plausible) no podemos establecerlas aquí. Apuntemos solamente que

una posible vía de avance en este terreno sería una teoría de la verdad parcial de la que me he ocupado en Quintanilla 1979, siguiendo las propuestas de Bunge 1974, vol. II.

MIGUEL A. QUINTANILLA

- Bunge, M. (1963), *The Myth of Simplicity*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N. J.  
— (1974) *Treatise on Basic Philosophy*, vols. I, II, Reidel, Dordrecht.
- Hanson, N. R. (1958), The Logic of Discovery, *J. of Phil.* LV, 25 (1958) 1073-89).
- Lakatos, I. (1968), Changes in the Problem of Inductive Logic, en Lakatos, I. (ed.), *The Problem of Inductive Logic*, North Holland Pub. Co., Amsterdam.
- Polya, G. (1953), *Mathematics and Plausible Reasoning*, Princeton University Press, Princeton, N. J.
- Muñoz, V. (1972), Inducción y conocimiento en una perspectiva actual, *Estudios*, 28 (1972) 109-23.
- Quintanilla, M. A. (1979), A Formal Analysis of Retroduction, (comunicación a la reunión de la Society for Exact Philosophy, Montreal 4-6 1979).  
— (198?) *Lógica y Teoría de la ciencia*, Vol. I: *Introducción. El álgebra de proposiciones*, Salamanca (en prensa).
- Rasiowa, H., Sikorski, R. (1968), *The Mathematics of Metamathematics*, Polish Scientific Publishers, Warsaw.
- Rescher, N. (1976), *Plausible Reasoning*, Van Gorcum, Assen.
- Zadeh, L. A. (1975), Fuzzy Logic and Approximate Reasoning, *Synthese*, 30 (1975) 407-28.