

SENTIDO DE LA OBRA LÓGICA DE E. SCHRÖDER (1841-1902)

(EL PROBLEMA DE LA LOGICA DE CLASES)

por VICENTE MUÑOZ, O. de M.

SUMMARIUM.—I. Pars introductoria.—*Conspectus historicus et doctrinalis.*—*Logica ut initium omnis philosophicae inquisitionis. Logica extensionis et comprehensionis.*—*Logica «classium».*—*Expressio symbolica logicae.*—II. *Natura logicae.*—*Obiectum logicae.*—*Leges normativae intellectus symbolice expressae.*—*Calculus deductionis purae et eius philosophia iuxta crism Husserlianam.*—*Logicae divisio.*—*Logica scholastica et logica extensionis.*—*Conclusio.*

I.—INTRODUCCION

Los gruesos volúmenes de la Obra de E. SCHRÖDER, *Vorlesungen über die Algebra der Logik*, publicados a fines de siglo, son en algunos aspectos aun hoy un campo virgen sin explorar ¹.

El moderno desarrollo del álgebra de clases, sobre todo las aplicaciones lógicas de la teoría de redes (*lattice*), han puesto de nuevo en el primer plano de actualidad lógica, la llamada álgebra lógica clásica, el álgebra de Boole-Schröder ¹.

1. ERNST SCHRÖDER, *Vorlesungen über die Algebra der Logik*, B. G. Teubner, Leipzig, vol. 1, 1890; vol. 2, parte 1, 1891; vol. 3, parte 1, 1895, *Algebra und Logik der Relative*; vol. 2 parte 2, 1905 (póstumo).

La parte 2 del volumen 3 no se ha publicado nunca. EUGEN MÜLLER, discípulo de Schröder, publica un resumen póstumo con el título *Abriss der Algebra der Logik*, Leipzig y Berlín (Teubner) 1909-1910: solamente vieron la luz pública las dos primeras partes de las tres anunciadas.

Las *Vorlesungen* de Schröder constituyen aún hoy la mejor síntesis del álgebra clásica de la lógica. El presente artículo quiere ser una introducción a esta obra. En España ha sido objeto de varios trabajos y recensiones en la revista «El Progreso Matemático» de Zaragoza: en 2, 1892, p. 33-36, se hace una semblanza de la obra de Schröder por VENTURA REYES Y PROSPER, y en el 1, 1891, p. 139-142, 194-203 Z. G. DE GALDEANO hace una extensa recensión del primer volumen de *Vorlesungen*. REYES Y PROSPER intentó incluso hacer una traducción compendiada de la obra de Schröder.

Cf. también, GÓMEZ IZQUIERDO, A., *Nuevas direcciones de la lógica*, Madrid, 1907.

2. El mejor desarrollo lógico moderno en CURRY, H. B., *Leçons de logique algebrique*, Paris-Louvain, 1952. Cf. también DEPRIT, Andrés, S. J., *Algebraic Structure of the Set Theory of unanalysed propositions*, en «Philosophical Studies» (Irlanda) III, 1953, p. 67-76; HERMES, H., *Einführung in die Verbandstheorie*, Springer-Verlag, Berlín-Göt-

«Salmanticensis», 4 (1957).

De máxima actualidad es hoy igualmente el problema de las relaciones entre la filosofía y las nuevas lógicas. Las *Vorlesungen* son ante todo una gran síntesis de los trabajos anteriores sobre el álgebra de la lógica.

Pero Schröder intenta encuadrar su obra maestra dentro del marco de la filosofía y de la ciencia de fines de siglo. Schröder llega a la lógica desde la matemática, pero sus conocimientos enciclopédicos le meten de lleno en los problemas filosóficos de la lógica ³.

Ya desde su obra *Lehrbuch der Arithmetik und Algebra*, Leipzig, 1873, se ve su concepción amplia del número a lo Dedekind; lo mismo en el pequeño trabajo *Über die formalen Elemente der absoluten Algebra*. Stuttgart, 1874, se complace en el estudio puramente formal de las operaciones algebraicas que pasan a ser simplemente operaciones del pensamiento como tal.

Cuando Schröder corrige las pruebas de imprenta del *Lehrbuch der Arithmetik* recibe el libro de ROBERT GRASSMANN, *Die Begriffslehre oder Logik*, Stetin, 1872, que ejerce un influjo decisivo sobre el pensamiento de nuestro autor y le acaba de convencer de la posibilidad y utilidad del tratamiento matemático de las operaciones del espíritu: en una preciosa nota que dedica a la obra de R. Grassman se fija en estos tres puntos decisivos en su obra lógica: las propiedades formales de la suma y multiplicación; la posibilidad de una aplicación general al razonamiento de los conceptos de subordinación, que dará más tarde influido por Peirce el concepto de cópula fundamental; las analogías formales de las propiedades de las dos operaciones suma y multiplicación, que después originarán el dualismo entre ambas que tanta simetría y elegancia dan al sistema de Schröder ⁴.

Desde la preparación del *Lehrbuch* la preocupación científica de nuestro autor se desvía de la matemática y queda totalmente absorbida por los problemas lógicos. Desde 1876 es profesor ordinario de la *Escuela Politécnica de Karlsruhe* en Baden, puesto en que permanece hasta su muerte. Es aquí donde sale su primera exposición y corrección del cálculo lógico

tingen-Heidelberg, 1955, p. 144-159, considera el aspecto lógico de la teoría del *lattice*; BIRKHOFF, G., *Lattice theory*, Nueva York, 1948, 2.ª ed., sobre todo las p. 188-200; BIRKHOFF AND MAC LANE, A. *Survey of Modern Algebra*, Nueva York, 1954 (MacMillan Company), p. 335-356. De esta última obra existe una traducción española por R. RODRÍGUEZ VIDAL, Edít., Teide, Barcelona, 1954, V. las p. 337-361.

3. Cf. entre otros FREYTAG-LÖRINGHOFF, BRUNO VON, *Logik, ihr System und ihr Verhältnis zur Logistik*, Kohlhammer Verlag, Stuttgart, 1955; ALBRECHT, Wolfgang, *Die Logik der Logistik*, Berlín, 1954, VEATCH, H. B., *Intentional logic*, New Haven, 1952. Cf. también SCHRÖDER, *Vorlesungen über die Algebra der Logik*, vol. I, p. 2-150, 701-717; *Ibid.*, vol. 2 *passim*.

4. E. SCHRÖDER, *Lehrbuch der Arithmetik und Algebra für Lehrer und Studierende*. Erster Band: *Die sieben algebraischen Operationen*, Leipzig, 1873 (Teubner), p. 145 en nota, p. 28-33, 37-41, 232-294, etc. *El principio de dualidad* puede enunciarse así: «De cada teorema se obtiene otro sustituyendo en todos los lugares <por> y cambiando al mismo tiempo los signos de la suma y multiplicación».

de Boole en su opúsculo *Der Operationskreis des Logikkalkuls*, Leipzig, 1877, trabajo que explicita y desarrolla las ideas germinales del *Lehrbuch*, y que a su vez anuncia la gran obra definitiva, que le ha hecho inmortal, los tres volúmenes *Vorlesungen über die Algebra der Logik* ⁵.

En el aspecto técnico recibe Schröder la herencia de la escuela inglesa, sobre todo de Boole; también influyen decisivamente sobre su obra la escuela americana de Peirce; la tradición alemana desde Leibnitz está igualmente presente en Schröder.

En tiempo de Schröder había una fuerte oposición en Alemania al tratamiento matemático de la lógica: Schröder sale al paso de esas objeciones y entra en contacto con los principales filósofos de la lógica. Estudia de modo especial a Sigwart, Trendelenburg, Lotze, Überweg, Wundt, etcétera, etc.

Por ellos entra en los problemas filosóficos de fin de siglo.

No es de extrañar que el gran Husserl le haya dedicado una recensión, que es un verdadero estudio sobre los problemas filosóficos del cálculo lógico, y varios artículos ⁶.

Schröder lucha contra los prejuicios de los filósofos sobre el tratamiento algébrico de la lógica, y nos regala con uno de los primeros estudios sobre semiótica, sobre el uso de los símbolos y el lenguaje artificial ⁷.

Dos autores de máximo influjo en Schröder son los dos grandes matemáticos Cantor y Dedekind. Las creaciones matemáticas de Dedekind han sido objeto de particular estudio por parte del profesor de Karlsruhe: Dedekind, con sus trabajos sobre el número, es el que realiza a juicio de Schröder el verdadero contacto entre los problemas lógicos y matemáticos. Cantor es igualmente objeto de especial atención y dedica varios trabajos a su obra, ya que hay tantos puntos de contacto entre la teoría de los conjuntos y la lógica de las clases ⁸.

5. E. SCHRÖDER, *Der Operationskreis des Logikkalkuls*, Leipzig, 1877 (Teubner), V+37 p. En este libro quiere completar la obra de Boole; en las *Vorlesungen* concibe una empresa de alcances muy superiores. Cf. nota 1, supra.

6. HUSSERL, Ed. G. en *Göttingische gelehrte Anzeigen*, I, 1891, p. 243-278, hace un verdadero estudio sobre los problemas filosóficos del tratamiento algébrico de la lógica; Id. *Der Folgerungskalkül und die Inhaltslogik*, en «*Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie und Soziologie*», 15, 1891, 167-189; 351-356; 17, 1893, 504-511, donde trata Husserl de demostrar que —contra la opinión de Schröder y de la mayoría de los lógico-matemáticos— es posible igualmente una lógica algébrica de la comprensión. Combate fuertemente a los que piensan que la lógica matemática ha de limitarse a la extensión, noción cercana a la de clase y conjunto. Paralelamente a la lógica de la *Umfang* es igualmente factible una lógica de la *Inhalt*. Ya veremos con más detención el modo de proceder de Schröder partiendo de la extensión de los conceptos y de las clases. V. sobre esto las interesantes noticias de MEYERSON, E., *Du cheminement de la pensée*, París, 1931, p. 194, ss. c. 4. V. infra nota 22.

7. E. SCHRÖDER, *Vorlesungen*, I, p. 38-80, 100-105.

8. DEDEKIND, R., *Was sind und was sollen die Zahlen?*, ed. Braunschweig, 1893, influye sobre todo en el tercer volumen de *Vorlesungen* V. sobre todo, p. 346-405, donde

Las *Vorlesungen* van dirigidas a dos clases de lectores, a matemáticos y a filósofos, ya que en ellas se trata detenidamente de las operaciones del espíritu con aplicaciones a la Matemática y a la Lógica⁹.

Voy a intentar hacer una presentación de la obra del gran lógico alemán dentro de los problemas filosóficos de su tiempo, haciendo ver la ardua y ejemplar tarea que con admirable entusiasmo se propuso.

Las *Vorlesungen* van precedidas de una larga introducción filosófica que constituye por sí sola un verdadero libro: sobre esa introducción me basaré principalmente.

Es un aspecto interesante de Schröder que me parece no ha sido tratado por nadie.

Con ello trato de situar y de comprender la magna empresa de Schröder, que venido del campo matemático quiere abrir brecha con nuevos métodos en el campo de la filosofía. Ni Frege, ni Husserl —por otro lado más filósofos que Schröder— fueron capaces de comprender la amplitud y alcance de la obra de nuestro autor¹⁰.

El plan de Schröder:

Considerado el hecho incuestionable de las profundas divergencias entre filósofos y el número de escuelas opuestas, Schröder se propone mediante un método nuevo edificar sobre bases firmes e indiscutibles una lógica, que será como una disciplina auxiliar y un primer estadio; con la aplicación de ese método y de esa nueva lógica descubriremos un sistema de notación para nombrar a todos los objetos pensables, y una fórmula precisa para la expresión de todos los procesos y fases de la marcha del pensamiento¹¹.

hace un análisis del célebre folleto. Cf., COUTURAT, L., *Sur une définition logique du nombre*, en «Revue de Métaphysique et Morale» 8, 1900, p. 23-36; 157-159.

Sobre Cantor, se ocupa SCHRÖDER en dos trabajos: *Über zwei Definitionen der Endlichkeit und G. Cantorsche Sätze*, en «Nova Acta d. Leopold-Carol. Akad. Nat.» 71, 1896, p. 301-312; Id. *Über G. Cantorsche Sätze*, en «Jahresbericht d. deutscher-Math. Vereinigung». 5, 1896, p. 81-2. Es notable que Cantor por lo menos hasta 1883 usa de preferencia la palabra «*Mannigfaltigkeit*», que es la que encontramos en Schröder. Más tarde Cantor emplea «*Menge*», que se ha hecho tan célebre; y que se encuentra ya en BOLZANO. Cf. FRAENKEL, *Abstract Set Theory*, Amsterdam, 1953, p. 4. V. infra la nota 40.

En cuanto a *Dedekind* dice Lewis: «una de las cosas más interesantes de la obra de Schröder es la aplicación del cálculo de relativos a la teoría de la cadena de Dedekind, tal como se encuentra en *Was sind und was sollen die Zahlen*» (*Survey of symbolic logic* Berkeley, 1918, p. 114). Por otro lado, el mismo Dedekind se coloca en la línea de Schröder. Kronecker y Helmholtz. Cf. SCHRÖDER, *Vorlesungen*. III, p. 347, nota. *Dedekind* se refiere al influjo que sobre su obra produjo el volumen de Schröder, *Lehrbuch der Arithmetik und Algebra*, Leipzig, 1873.

9. SCHRÖDER, *Vorlesungen*, I, p. IV del prólogo.

10. Cf. KEMPSKI, Jürgen von, *Ernst Schröder der algebraiker der Logik*, en *Geistige Arbeit. Zeitung aus der wissenschaftlichen Welt*, Berlín, 20 abril 1942, p. 1-2 (año 9).

11. SCHRÖDER, *Vorlesungen*, I, p. 64 et passim en la introducción.

El pensamiento en su progresión dialéctica se va desarrollando por etapas. Descubrir y atomizar todos esos grados en su máxima generalidad es la ilusión del profesor de Karlsruhe.

Estas ideas fueron madurando en él durante la primera etapa de su vida que dedicó predominantemente al estudio de las matemáticas: la consideración de las operaciones fundamentales de la matemática en toda su generalidad formal, es decir, sin tener en cuenta el contenido; la teoría de conmutaciones y permutaciones en que fué máximo especialista; los estudios y preocupaciones contemporáneas sobre la materia, contribuyen a que perfeccione cada vez más sus concepciones. De las *sieben algebraische Operationen* pasamos a las operaciones del espíritu simplemente ¹².

La noción de número se extiende a todo lo pensable: la idea de número considerada en toda su amplitud le obsesiona desde el *Lehrbuch der Arithmetik und Algebra*, 1873 y en este tiempo está ya convencido de que todas las operaciones y relaciones pueden expresarse según la extensión ¹³.

Esta empresa de caracterizar todas las operaciones en extensión —siguiendo el modelo algébrico— es larga y penosa: por ello ha de realizarse progresivamente y de modo graduado. El primer grado lo constituye la lógica algébrica, que será como el punto de partida de ulteriores investigaciones.

Pero las lógicas clásicas y por ende la filosofía empiezan las construcciones por el tejado, es decir, al revés. He aquí el verdadero orden a seguir ^{13a}.

El punto de partida de la lógica:

La lógica como todas las ciencias presupone ciertas verdades: la existencia del sujeto que conoce, la existencia de la verdad cognoscible y que en relación a cada cuestión existe una verdad solamente, es decir, una solución única y verdadera. Por otro lado el entendimiento es homogéneo en toda la humanidad y está capacitado para reconocer esa solución única verdadera como necesaria ¹⁴.

12. Cf. LÜROTH, Jacob, *Ernst Schröder*, en «Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung», 12, 1903, p. 263-5. El *Lehrbuch der Arithmetik und Algebra*, 1873, lleva por subtítulo: *Die sieben algebraischen Operationen*. V. también las p. 145-84, 232-94, etc., del *Lehrbuch* en que habla de las operaciones fundamentales y sus leyes formales.

El estudio de las operaciones básicas del espíritu humano y de sus leyes como fundamento de todo progreso científico es algo sobre lo que insiste mucho, por ej. *Vorlesungen*, I, p. 95. En el citado trabajo de Lüroth se incluye la lista completa de los escritos de nuestro autor.

13. Cf. LÜROTH, *Ibid.*; SCHRÖDER, *Lehrbuch der Arithmetik*, p. 292-3. Este libro contiene en germen muchas ideas del álgebra de la lógica y no pierde ocasión de generalizar las ideas y extenderlas fuera del campo del álgebra.

13.^a SCHRÖDER, *Vorlesungen*, I, p. 89, 121.

14. *Ibid.*, p. 2.

Como se ve Schröder se mueve aún por completo dentro del «absolutismo» clásico. La noción de una razón indivisa existiendo una y entera en cada uno implica que las reglas de la lógica y de las matemáticas clásicas son universales, que se aplican a todos los dominios. De los grandes temas de la lógica actual: lógicas plurivalentes, diferentes axiomáticas, relativismo consiguiente, etc., no tiene ni la menor idea ¹⁵.

Desde este punto de vista nuestro autor sigue la línea de toda la lógica alemana del siglo 19 que exagera el absolutismo escolástico —influida por Hegel— y acentúa la aspiración a la *ewige Logik*: esa lógica perenne es un presupuesto fundamental de Schröder ¹⁶.

La lógica durante todo el siglo XIX es algo que se diferencia de la Psicología, Epistemología, Metafísica, pero también muy relacionado con esas disciplinas. Sobre todo tratando del punto de partida es necesario hablar de la Epistemología (*Erkenntnistheorie*) y de la interdependencia de ambas.

¿Quién es primero, y qué relación tiene la lógica con la Epistemología? Entre la multitud de opiniones, Schröder opta por la de Sigwart: la lógica como disciplina formal es distinta de la Epistemología; su derecho a la existencia es independiente y su justificación como tal no está subordinada a ninguno de los resultados de esa ciencia; la realidad es más bien al contrario ya que la Epistemología ha de usar las leyes y reglas que le suministre la lógica ¹⁷.

La lógica no debe meterse en su punto de partida con los problemas filosóficos discutidos por la Epistemología, Psicología o por otras disciplinas filosóficas o científicas; su punto de partida ha de ser algo elemental y en que todos convengan ¹⁸.

Empezar la lógica por las cuestiones acerca de la naturaleza del conocer, o sobre las leyes del pensar es ponerse en camino seguro para el fracaso. Lo mismo dígase acerca de los problemas planteados por el conceptualismo, realismo, nominalismo que no pertenecen a la lógica en cuanto disciplina auxiliar ¹⁹.

En todos esos problemas el conjunto de soluciones diversas es un verdadero caos. La lógica ha de partir de algo que es elemental y común a

15. «Wir wollen uns mit den Gesetzen des folgerichtigen Denkens beschäftigen, somit des von einer für alle Intelligenzen verbindlichen Denknöwendigkeit beherrschten Denkens». *Ibid.*, p. 16. Cf. ROUGIER, L., *Traité de la connaissance*, París, 1955, p. 175 ss. Cf. sin embargo infra la nota 61 y la 24.

16. STAMMLER, G., *Deutsche Logikarbeit seit Hegelstod als Kampf von Mensch Ding und Wahrheit*, Berlín, 1936, p. 5-6; SCHOLZ, H., *Die deutsche Philosophie und die Logik*, en «Actes du Congrès Internat. Phil. Scient.», París, 1935, p. 1-8. París Hermann et Cie, 1936; GOLDEL, R., *Die Lehre von der Identität in der deutschen Logik-wissenschaft seit Lotze*, Leipzig, 1935, p. 1-16, 19-117.

17. SCHRÖDER, *Vorlesungen*, I, p. 2. STAMMLER, *Ibid.*, p. 6.

18. SCHRÖDER, *Ibid.*, p. 17 et passim en la *Introducción*.

19. *Ibid.*, p. 98-99.

todas las inteligencias; algo evidente en donde se encuentren todas esas opiniones divergentes acerca de los problemas indicados; algo en que concuerden igualmente los filósofos y los científicos ²⁰.

El fracaso relativo de la lógica antigua y sobre todo su estancamiento definitivo se debe a su orientación hacia problemas filosóficos y por no haber tenido a su disposición un lenguaje simbólico que le permitiera desprenderse de los grandes defectos —a veces tan sutiles— de las lenguas habladas.

De aquí se sigue que la lógica no ha de empezar sus tareas por la investigación de la comprensión de los conceptos, ni moverse en un terreno de comprensiones. Una lógica comprensivista cae de modo inmediato en problemas filosóficos discutidísimos y difíciles. Por eso una tabla de conceptos fundamentales o categorías no pertenece a la lógica, por lo menos en su primer estadio. Clasificar los conceptos y analizarlos es una tarea posterior. Antes es necesario conocer las operaciones fundamentales. Querer edificar una filosofía sin antes haber puesto los estudios formales acerca de las operaciones fundamentales es algo como pretender edificar una casa con un montón de piedras sin tener el cemento que una los sillares ²¹.

El aspecto operativo y formal es siempre muy recalcado por Schröder. La lógica tiene un primer estadio *als Hilfsdisziplin* y ha de presuponerse para todas las investigaciones posteriores. Un aristotélico podría muy bien condensar así la argumentación de Schröder: la lógica ha de ser instrumento de la investigación filosófica, para filosofar con seguridad hace falta una lógica; luego esa lógica no pertenece a la filosofía.

En Schröder van las cosas mucho más adelante y el significado de la lógica dentro de una filosofía es muchísimo más importante que en el aristotelismo escolástico. Aquí como en tantos otros problemas a través de un gran rodeo llegamos muy cerca de la dialéctica platónica, aunque de ordinario sin el realismo exagerado de las Ideas.

Luego, la lógica ha de ser extensivista:

Decimos en el párrafo anterior que la lógica no puede empezar por la comprensión. Mucho se ha discutido si esa disciplina ha de enfocarse desde el punto de vista de la comprensión o de la extensión de los conceptos. La extensión se explica por la división de los conceptos; la comprensión por la definición ²².

20. *Ibid.*, p. 16-17.

21. *Ibid.*, et passim en la Introducción por ej. p. 95.

22. Cf. MEYERSON, E., *Du cheminement de la pensée*, c. 4. Problema que continúa siendo hoy de máxima actualidad. Cf. por ej. SÁNCHEZ MAZAS, *Formalización de la lógica según la perspectiva de la comprensión*, «Theoria» (Madrid), III, 1955, p. 105, n.º 1. SCHRÖDER, *Ibid.*, p. 83 ss. V. supra nota 6.

Las razones extensivistas de Schröder, han merecido un minucioso y profundo análisis por parte de E. Husserl ²³.

El punto de vista de la comprensión supone una filosofía ya construida y por ende una lógica no puede fundarse en ella:

1) La determinación y explicación de un concepto mediante la definición (y comprensión) presupone la lógica deductiva. Una definición depende de unos principios y axiomas fundamentales a los cuales dice relación y en orden a los cuales recibirá interpretación adecuada. Así, v. gr., la definición de círculo puede recibir varias determinaciones según se trate de la Geometría de Euclides o de una geometría no-euclidiana. Luego las notas características de una comprensión presuponen ya todo un cuerpo de doctrina ²⁴.

2) La teoría de la formación y naturaleza del concepto (la comprensión constituye la esencia del concepto), es algo que ha sido tan discutido durante siglos que apenas es posible encontrar una doctrina segura en tantas centurias como llevamos de escuelas y discusiones filosóficas. Sobre cimientos tan movedizos no puede evidentemente construirse una ciencia.

La razón de tanta discusión es que la teoría de la esencia del concepto presupone —como venimos diciendo— una doctrina filosófica: apoyarse en ella es parecido a edificar el techo de una casa antes de tener en qué sostenerlo. Es necesario invertir el procedimiento ²⁵.

3) Muchos conceptos desde el punto de vista de la comprensión —los conceptos *negativos*— son chocantes. Así por ej. el concepto *no-hombre* desde ese aspecto resulta ridículo; en ellos hay una tarea irrealizable, la de abstraer las notas comunes, v. gr., la de triángulo, melancolía, azufre, etcétera. Sería una comprensión sumamente difícil de determinar. Por el contrario la extensión de no-hombre es incomparablemente más fácil; en presencia de cualquier objeto no tendremos duda de si entra o no en la extensión de hombre ²⁶.

4) En la comprensión o contenido de un concepto puede distinguirse:

a) El contenido *de hecho*, es decir, las notas que han sido reconocidas como comunes y esenciales.

23. V supra la nota 6.

24. SCHRÖDER, *Ibid.*, p. 87-88. Aquí alude nuestro autor a la relatividad de las nociones según el número y cualidad de axiomas. No faltan alusiones en ese sentido, aunque en su pensamiento permanece siempre la tendencia general absolutista. V. supra la nota 15, y más abajo la nota 61.

25. SCHRÖDER, *Ibid.*, p. 98-99. «Die Logik von vornherein als eine solche des Begriffsinhaltes zu errichten möchte eher wol dem Versuche gleichen das Dach vor dem Hause zu bauen», p. 99.

26. *Ibid.*, p. 99.

b) El contenido *ideal*: la totalidad de las notas comunes que podría tener un concepto y que en la mayoría de los casos nos es imposible llegar a ellas.

Es claro que el contenido ideal no se determina ni se puede determinar. La definición renuncia, pues, a la indicación del contenido completo; se contenta con darnos unas características *explicite* et *directe* dejando el resto implícito con el objeto de deducirlas *mediate*. Una lógica del contenido ideal es imposible porque sería necesario operar con una comprensión o conjunto de notas muy reducido. Sería problemático destacar las notas características de una totalidad que nadie posee.

Para la introducción e investigación de notas ulteriores no tenemos —a juicio de Schröder— otro medio que la definición y ésta presupone la lógica.

Schröder no duda en lanzar la objeción del círculo vicioso como si se hiciera uso oculto de ese *idealer Begriff* poseído, que por otro lado se trata de investigar: toda la lógica desde Aristóteles hasta Sigwart ha caído en ese error ²⁷.

Concluimos con las siguientes palabras que resumen todo el pensamiento de nuestro autor: «die Logik selbst als eine Logik des Begriffsinhaltes darzustellen, wie es seit Jahrtausenden vorwiegend zu verwirklichen gesucht worden, ein Hysteron-proteron zu sein; es wird damit, wie mich dünkt, das unterste zu oberst gekehrt, genauer: das oberste zu unterst» ²⁸.

Husserl ha criticado acerbamente la posición doctrinal de Schröder y con razón la falta de precisión en tan importante punto de vista ²⁹.

La comprensión de los conceptos —en el plan de Schröder— no ha de ser punto de partida sino coronamiento y fin de la ciencia; ella no puede nunca sin incurrir en contradicción fundamentar la construcción de una lógica universal. La lógica de la comprensión es ciertamente la parte más sutil, más difícil y la más importante de todas; a ella llegaremos mediante una lógica de la extensión» ³⁰.

Hay otro aspecto de la cuestión que es igualmente decisivo en el matemático alemán: a fines de siglo era una afirmación corriente entre los representantes de la lógica algorítmica que sólo la interpretación del juicio y del concepto en extensión —en clases— puede conducir a un cálculo

27. *Ibid.*, p. 87 ss.; Cf. HUSSERL, Ed. Recensión de *Vorlesungen über die Algebra der Logik* en *Göttingische gelehrte Anzeigen*, I, 1891, p. 255-6.

28. SCHRÖDER, *Ibid.*, p. 89.

29. HUSSERL, *Ibid.*, p. 255 ss.

30. SCHRÖDER, *Ibid.*, p. 90: «Es würde mir bedauerlich erscheinen, es würde ja zu einem Zirkel nötigen, wenn die Grundgesetze folgerichtigen Denkens sich nicht darlegen liessen, ohne diesen subtilsten und schwierigsten Teil der Logik, wenn man will auch den höchsten, schon vorauszusetzen, als welcher die Lehre von den Inhalten der Begriffe (den Endzielen der Wissenschaft überhaupt) scheint hingestellt werden müssen».

deductivo. Es esencial —se decía— al cálculo lógico ser un cálculo de clases ³¹.

En contradicción con ese punto de vista estaban los intentos de Jevons y De Wundt de dar preferencia a la *Inhalt* sobre la *Umfang*, aunque en el fondo esos dos autores no supieron liberarse de un predominio de la extensión ³².

Hay que añadir los trabajos de Husserl quien pensando precisamente en Schröder se esforzó por demostrar que es igualmente posible un cálculo de la comprensión, y que de ningún modo se oponen los dos conceptos: *comprensión y cálculo*. Schröder es en opinión de Husserl el representante más extremista de esa tendencia: para él la *Umfanglogik* no es puramente un método de deducción, es la lógica deductiva ³³.

Couturat —el gran vulgarizador de Schröder— resumía en 1900 el punto de vista de las *Vorlesungen* al comentar el *Algebra Universal* de Whitehead: «la conclusión filosófica que resulta de la exposición de Whitehead es que si la lógica es susceptible de tratamiento matemático lo es gracias a la reducción de los conceptos y proposiciones a su extensión. Como ha demostrado Schröder —continúa el simpático autor francés— *la lógica algorítmica es necesariamente una lógica de la extensión*; y esto se comprende porque la extensión de los conceptos y proposiciones está representada por conjuntos o multiplicidades» ³⁴.

Esta concepción lleva aún el lastre antiguo de que las matemáticas son la ciencia de la cantidad, hoy definitivamente superado, y por ende que la lógica algébrica debe tratar de clases, de conjuntos o de extensiones ³⁵.

Schröder admite sin embargo que el conocimiento en comprensión es

31. Cf. SCHRÖDER, *Ibid.*, p. 100; HUSSERL, Ed. *Ibid.*, p. 257, y el artículo de éste, *Der Folgerungskalkül und die Inhaltslogik*, en «Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie», XV, 1891, p. 168-189. V. las notas 6 y 22 de este trabajo.

32. Cf. HUSSERL, *Ibid.*, sobre todo el segundo trabajo; JEVONS, *The principles of Science*, 1883, p. 38; DE WUNDT, *Logik*, I, p. 234, 5 n., ed. 1919. He aquí uno de los razonamientos fundamentales que influye principalmente en la acentuación de esta tendencia extensivista: *Classen sind Mengen. Mengen sind Grössen. Grössen lassen aber nicht bloss auf dem Wege über Mass und Zahl algebraische Behandlungsweisen zu, sondern auch direkt...* En esta posibilidad de tratar las clases «als Grössen» se fundaba la aplicabilidad del método algebraico. Cf. HUSSERL, *A Voigts «elementare Logik und meine Darlegungen zur Logik des logischen Kalküls*, en «Vierteljahrsschrift f. wiss. Philosophie», 17, 1893, p. 111, nota 1.

33. V. los trabajos citados de HUSSERL, más su controversia con A. VOIGTS, en «Vierteljahrsschrift...» 15, 1891, p. 169-189; 351-356; 17, 1893, p. 111-120; 508-511; 504-507. Esa opinión de HUSSERL es exagerada como se ve por el texto de SCHRÖDER que transcribimos en la nota 30.

34. COUTURAT, L., *L'Algèbre universelle de Whitehead*, en «Rev. de Met. et Morale», 8, 1900, p. 340-1.

35. Cf. SCHRÖDER, *Ibid.* 75. A pesar de la amplitud y generalidad de la noción de clase nuestro autor no se libera del mismo prejuicio. V. nota 45.

el fin de toda ciencia; a ella llegaremos mediante la lógica de la extensión.^{35a}.

La noción de clase y la lógica extensivista:

Clase es en el fondo lo mismo que extensión y la lógica de las clases es lo mismo que lógica de la extensión. Pero los lógicos para no meterse en los problemas de la extensión y comprensión parten de la noción de clase.

Era necesario independizarse de problemas tan discutidos y no debían prejuizarse cuestiones filosóficas. El mismo concepto de extensión en la lógica escolástica es algo que sigue y se deriva de la comprensión, la que constituye la verdadera esencia del concepto. Aquí prescindimos de esa noción de extensión ligada a la comprensión; partimos simplemente de la noción de clase.³⁶.

Es ésta una noción propiamente indefinible; una noción sumamente general. La noción de clase es un aspecto de la de concepto. Los fundadores de la lógica simbólica se dieron cuenta de su importancia en todos los dominios del pensamiento y en especial en las matemáticas donde los predicados numéricos son clases; al principio se insiste en esta noción sin insistir en dificultades ontológicas o de otro orden.³⁷.

En Schröder la primacía de esa noción es de especial interés. En él es *propiamente indefinible por ser un concepto de importancia primaria y fundamental*. Clase es una multitud o conjunto de cosas. Un conjunto de objetos que se supondría reunidos sin reconocerles ninguna propiedad común. Aunque Schröder al hablar de la aplicación a los diferentes dominios exige que por lo menos han de tener la condición de no ser contradictorios, han de ser «*consistentes*».³⁸.

Contrapuesta a la opinión y dirección doctrinal de Schröder está la otra que no admite la clase como noción primitiva e indefinible: *la clase es una noción derivada*. Me contento en este momento con esa pequeña alusión a las concepciones de Russell, Peano y a la intermediaria de Hilbert, para continuar con la exposición del pensamiento de Schröder.³⁹.

35a. V. supra nota 30.

36. FEYS, R., *La transcription logistique du raisonnement*, en «Rev. Neo-Schol. de Phil.», 26, 1924, p. 305-7; SCHRÖDER *Ibid.* p. 100 ss.

37. Cf. FEYS, *Ibid.*; GREENWOOD, *Les fondements de la logique symbolique*. París, 1938, t. 2, p. 47-8; BIRKHOFF y MC LANE, *A. Survey of Modern Algebra*, p. 335, Nueva York, ed. 1954.

38. FEYS *Ibid.*, p. 71-4; SCHRÖDER, *Ibid.*, p. 162, 248. Como dice muy bien GRANELL «la clase es una idea primitiva, algo que figura en el mundo como última realidad y es base necesaria a toda construcción lógico-matemática. Esta fué la idea central, el presupuesto último de las lógicas construidas por Boole o Schröder». *Lógica*, Madrid, 1949, p. 201.

39. Cf. GREENWOOD, *Ibid.* PADOA, A., *La logique deductive dans sa dernière Phase de developpement*, París, (Gauthier-Willars). 1912.

Al poner nuestro autor esa concepción tan general de la clase —podemos decir sin condición ninguna— pretende independizarse de la lógica de las comprensiones, ya que el conjunto o dominio de aplicación requiere únicamente que no haya contradicción entre los elementos de la clase, o lo que es lo mismo que sea una *reine Mannigfaltigkeit*, una multitud pura, sin círculos viciosos ⁴⁰.

Esa lógica de la clase pura, de la extensión, de un conjunto o agregado de objetos sin condiciones previas es una ciencia auxiliar, que precede a la lógica de las comprensiones, a veces paralela a ella: sus proposiciones son en todo momento controlables por la intuición, y pueden representarse gráficamente como hace nuestro autor con tanta frecuencia. Como nota Ziehen la ayuda matemática que busca la logística no se hace exclusivamente con el *Algebra*; a veces también la *Geometría*: al lado de ejemplos algebraicos se hacen gráficos geométricos para representar los conceptos nuevos. Es una gran concesión a la intuición ⁴¹.

La clase es de ese modo la base necesaria a toda construcción lógico-matemática. Las demostraciones y definiciones de Schröder se refieren solamente a las relaciones de coincidencia o diversidad de los conjuntos.

El juicio es una relación entre dos clases: *la clase-sujeto y la clase-predicado*. El sujeto o bien está contenido —subsumido, en el predicado— o bien son iguales. La igualdad es algo derivado de la relación de inclusión o subsunción: el predicado está incluido en el sujeto y el sujeto en el predicado. De ahí que la relación fundamental de la lógica de Schröder es la subsunción. Y este es un punto básico que nuestro autor toma de Peirce ⁴².

En el opúsculo de 1877 *Der Operationskreis des Logikkalküls* sigue a Boole para el que la relación fundamental es la de igualdad: los juicios son entre clases por medio de la relación de igualdad y en consecuencia el cálculo progresa por una transformación equivalente de igualdades en igualdades.

En esta nueva presentación —de las *Vorlesungen*— sigue a Peirce: los juicios se presentan como la relación de subsunción entre clases y el cálculo consiste en las transformaciones equivalentes de subsunción en subsunción.

40. SCHRÖDER, *Ibid.*, p. 248. Para que se pueda comparar ponemos una definición parecida de Cantor publicada en «*Mathematische annalen*», I/46, 1895, p. 481, que tomamos de la traducción de Fraenkel: «a set or aggregate is a collection of definite, distinct objects of our intuition or of our intellect to be conceived a whole (unity). The objects are called the elements (or members) of the set; the set contains its elements belong to the set». FRAENKEL, A., *Abstract set theory*, Amsterdam, 1953, p. 6. Cf. supra la nota 8.

41. FEYS, R., *Ibid.*, p. 71; SCHRÖDER, *Ibid.*, p. 157; ZIEHEN, Th. *Lehrbuch der Logik auf positivistischer Grundlage mit Berücksichtigung der Geschichte der Logik*, Bonn, 1920, p. 414.

42. SCHRÖDER, *Ibid.*, p. 147 ss., p. 127-167, 170; LEWIS, C. I., *A survey of symbolic Logic*, Berkeley, 1918, p. 79, 83-4; MENNE, A., *Logik und Existenz*, Meisenheim / Glan, 1954, p. 27-9.

La igualdad es como un caso especial de las relaciones entre subsunciones, cuando éstas son convertibles ⁴³.

La posición de Schröder tiene ciertamente muchos puntos débiles, y podrá ser objeto de una acerba crítica como la que hace Husserl; como nota Feys se podría discutir la posibilidad de empezar así una construcción de la lógica, pero lo que nadie ha discutido es la utilidad pedagógica de la noción de clase ⁴⁴.

Es en este sentido en el que nuestro autor destaca las ventajas de esta nueva lógica, primer estadio de ulteriores investigaciones.

La noción de clase es mucho más fácil de comprender y mucho más elemental que la doctrina escolástica sobre la definición, comprensión, naturaleza del concepto, etc., y no supone ya una filosofía constituida.

La lógica de la extensión tendrá una generalidad para abarcar todas las esferas de lo pensable, ya que la clase la entendemos como algo arbitrario y sin limitaciones. Hay que notar —como hace acertadamente Feys— que la mayoría de los tratadistas tradicionales acentúan de modo unilateral el carácter cuantitativo de la extensión por oposición al carácter cualitativo de la comprensión. La lógica de la extensión tiene una concepción más amplia ⁴⁵.

Schröder es un entusiasta de esta lógica: la falta de éxito y el estancamiento de la antigua lógica muestra que el procedimiento era erróneo. En la lógica de la comprensión apenas queda nada por hacer; en cambio en la lógica de las clases aparecen horizontes inmensos de trabajo. La tarea a realizar es cada vez más amplia.

Enfático y airoso se levanta Schröder contra los que critican el algoritmo lógico como algo seco, aburrido, estéril, como esquematismo vacío de contenido. Eso sólo pueden afirmarlo los filósofos que desconozcan los enormes progresos de la Matemática en comparación con la filosofía o quienes hayan recibido una enseñanza elemental desastrosa ⁴⁶.

43. SCHRÖDER, *Ibid.*; HUSSERL, Ed. «Göttingische gelehrte Anzeigen», I, 1891, p. 261-2. Del concepto de subsunción en su relación con los conceptos de igualdad, subordinación, de los fundamentos que hay para preferirlo en la construcción del cálculo, trata SCHRÖDER en las páginas 126-141.

44. FEYS, R., *Ibid.*, p. 73.

45. FEYS, R., *Ibid.*, p. 305-307. Cf. supra nota 35. Véase cómo resume Couturat el punto de vista de su maestro Schröder: «he aquí cómo la lógica se hace susceptible de un tratamiento matemático y da origen al álgebra. Todo juicio categórico de copula *est* expresa una relación de inclusión o de exclusión entre conceptos; mas cada concepto tiene una extensión, es decir, determina cierta clase de objetos a los que se aplica. Luego desde el punto de vista de la extensión, la relación de inclusión de dos conceptos se traduce por la relación de inclusión de las clases correspondientes... Esa es la relación fundamental de la lógica según Schröder. Tiene dos propiedades esenciales que constituyen los dos principios del álgebra de la lógica: principio de identidad y principio del silogismo (Bábara). El cálculo lógico es el cálculo de los conjuntos considerados desde el punto de vista de su inclusión o exclusión relativa». COUTURAT, L., *recensión de Vorlesungen*, en «Bulletin des sciences mathematiques», 24, 1900, p. 49-50.

46. SCHRÖDER, E., *Ibid.* p. 101, 103, 104, 105, 121-122.

En el álgebra lógica podrá criticarse la fundamentación; podrá también en matemáticas criticarse la noción fundamental de número —entre otras— pero nadie puede dudar de los progresos realizados, a pesar de las numerosas discusiones sobre los fundamentos, como el mismo Husserl reconoce ⁴⁷.

La lógica en lenguaje simbólico:

Ofrece especial interés en Schröder el apartado B de la Introducción *Vorbetrachtungen über Zeichen und Namen* en que plantea importantes problemas para una fundamentación semiótica ⁴⁸.

Empieza con extractos del hermoso tratado de TRENDELENBURG, *Über Leibnitzens Entwurf einer allgemeinen Charakteristik*, como también del mismo Leibnitz; en esos tratados se hacen notables observaciones sobre la función y valor de los signos, pero que como —añade Husserl— están lejos de dar una teoría que sea aplicable ⁴⁹.

Aunque Husserl pulveriza las observaciones con que Schröder desea llenar las lagunas de Leibnitz y Trendelenburg, la posición de Schröder tiene importancia fundamental dentro del conjunto de su obra y en la historia de la lógica.

El problema de una lengua pasigráfica, una lengua universal científica, que unificara todos los diferentes simbolismos en una gramática general, constituida por las formas principales de todas las lenguas cultas fué uno de los sueños de Schröder. A ese problema dedica varios trabajos, además de las cuarenta páginas de las *Vorlesungen* y muchas indicaciones esparcidas en sus libros ⁵⁰.

Al lado de la unificación de las ciencias en esta lógica universal y elemental, aparece ese concepto de un lenguaje artificial único que designe mediante signos a todos los objetos pensables, y que exprese todo el proceso del pensamiento humano. Recordemos aquí los tres principios unitarios: unidad de la razón humana, unidad de la ciencia humana y unidad del lenguaje científico mediante una característica universal. Sigue la analogía

47. SCHRÖDER, *Ibid.*, p. III del prólogo, p. 101-105; HUSSERL, Ed. *Ibid.*, p. 259-260.

48. SCHRÖDER, *Ibid.*, p. 38-80; HUSSERL, Ed. *Ibid.*, p. 248-253.

49. SCHRÖDER, *Ibid.*; HUSSERL, Ed. *Ibid.*, p. 248-249.

50. SCHRÖDER, E., *Ibid.*, Cf. los trabajos del mismo autor «*Über das Zeichen, Festrede bei dem Direktorswechsel an der Technischen Hochschule zu Karlsruhe am 22 November 1890*, Karlsruhe, 1890, 24 p.: *Über Pasigraphie, ihren gegenwärtigen Stand und die pasigraphische Bewegung in Italien*, en «*Verhandlungen d. I. Internation. Mathematiker Kongress in Zürich*», Leipzig, 1898, p. 147-162. Este último trabajo ha sido publicado en traducción inglesa en *The Morist*, 9, 1898, p. 44-62. Couturat, el excelente vulgarizador de Schröder, dedica gran atención a este problema. V, entre otros trabajos su *Histoire de la langue universelle*, en colaboración con Leau, Paris, Hachette, 1903 y sus trabajos en la «*Rev. de Metaph. et Morale*».

con la designación de los números que supone ya una característica para un campo determinado.

Sería interesante una comparación de estas ideas con las neopositivistas de principio de siglo —hoy superadas por las últimas irrupciones de la pluralidad de axiomas y de las lógicas plurivalentes, acerca de la unidad de la ciencia.

El signo ha adquirido tal importancia que las ciencias exactas tienen todas la tendencia a considerarlo como su objeto, y a reemplazar el estudio de las cosas por el de los signos: ello da una incomparable facilidad en la manipulación y nos libra e independiza de las dificultades e imperfecciones de las lenguas habladas ⁵¹.

La finalidad de la lógica algébrica, que es la más elemental de todas las disciplinas deductivas y de todas las ciencias exactas, ha de ser encontrar un modo fácil de designar a las operaciones fundamentales del espíritu humano, a los objetos pensables y suministrar con ello un modo de progresar en la deducción. En ese proceso calculatorio y algébrico no hay necesidad alguna de atender a la significación de los signos, sino únicamente hay que atender a las reglas del cálculo, a las leyes del mismo ⁵².

No voy a detenerme en las consideraciones de gramática filosófica que hace Schröder sobre el nombre, las partes de la oración, etc. Destaquemos solamente como de particular importancia para nuestra exposición: la definición de nombre común en un sentido puramente nominalista, que podemos incluso llamar con Husserl definición puramente formalista; todo nombre común representa una *clase*.

Para la lógica, dice nuestro autor, es de muy poca importancia la distinción entre los nombres colectivos y los que no lo son. Lo mismo la distinción entre negativo y positivo; es puramente accidental desde un punto de vista meramente lógico ⁵³.

II.—NATURALEZA DE LA LOGICA

Su objeto:

Resta ahora determinar y precisar —para terminar esta modesta presentación— en qué consiste la lógica, que vendrá a constituirse según la naturaleza del objeto que estudia.

Podemos distinguir la lógica en sentido lato y la lógica en sentido estricto.

51. SCHRÖDER, *Ibid.*, p. 40

52. SCHRÖDER, *Ibid.*, p. IV del prólogo. 40, 118-120.

53. SCHRÖDER, *Ibid.*, 69-75, 75-6, 63-65, etc.; HUSSERL, Ed. *Ibid.*, p. 250-253.

En sentido amplio la lógica es una disciplina que se ocupa de las reglas que el entendimiento debe seguir en su marcha hacia el conocimiento de la verdad. La lógica en este sentido es algo contrapuesto a la Psicología, a la Epistemología, a la Metafísica: pero trata de los métodos de investigación en todas esas ciencias⁵⁴.

Como nota muy bien Husserl esa noción de lógica podría atribuirse a gran parte de los autores alemanes del siglo pasado⁵⁵.

La lógica en sentido estricto es la lógica formal o deductiva. Schröder va a dedicarse exclusivamente a la lógica en sentido estricto. Esta lógica viene caracterizada por su objeto que son las leyes del pensamiento consecuente (*folgerichtig*). Excluimos de ésta la lógica inductiva a pesar de su enorme importancia.

El objeto de nuestra lógica es pues el pensamiento *folgerichtig*, es decir, el pensamiento en cuanto en su marcha está revestido de esa propiedad la *Folgerichtigkeit*, o en cuanto sigue las leyes que la determinan y constituyen⁵⁶.

Esa nota (*Folgerichtigkeit*) reviste el máximo interés y es la que distingue la lógica en el sentido propio de todas las demás disciplinas. Más de diez páginas de la introducción consagra nuestro autor a determinar ese concepto.

Como primera aclaración nominal podemos afirmar que *folgerichtig* es equivalente a *Konsequent*, y aun a la misma idea de *lógico*. Es decir, pensamiento *lógico* es lo mismo que pensamiento *consecuente*, que pensamiento *folgerichtig*; las leyes lógicas son las leyes de la *Folgerichtigkeit*.

Drobisch, Überweg y otros importantes lógicos del siglo pasado ponen como nota característica de la *Folgerichtigkeit* en el pensamiento la *consistencia* o falta de contradicción consigo mismo. La misión de la lógica consistiría en exponer las leyes que guían al entendimiento sin que caiga en contradicción consigo mismo. La no-contradicción sería el carácter esencial de la *Folgerichtigkeit*. Bastaría por ende explicar con precisión qué es la contradicción —que ha de entenderse siempre en sentido estricto, por ej., como entre mortal y no-mortal⁵⁷.

Pero la importancia grande que tiene esa propiedad no permite que nos contentemos con esa primera aclaración, porque es problemático que la sola carencia de contradicción explique con toda precisión lo que es la *Folgerichtigkeit*.

54. SCHRÖDER, E., *Ibid.*, p. 1 ss.; STAMMLER, G., *Deutsche Logikarbeit*, p. 6. En este sentido amplio lógica y Matemática no se distinguen, o mejor la Matemática es una rama de la lógica o una aplicación a un campo determinado de la teoría general de la *Kollektive Vereinigung*. SCHRÖDER, E., *Ibid.*, p. V, 75. Cf. HUSSERL, Ed. *Ibid.*, p. 248-53. Cf. supra las notas 35 y 45.

55. HUSSERL, Ed. *Ibid.*, p. 243-45; STAMMLER, G., *Ibid.*, p. 5-6.

56. SCHRÖDER, *Ibid.*, p. 4 ss.

57. *Ibid.*, p. 4-7.

Sigwart, uno de los lógicos que más han influido en Schröder, da la siguiente definición, que nuestro autor adopta: «folgerichtig oder logisch mögen wir (mit Sigwart) das Denken nennen, wenn es für den prüfenden Verstand mit dem Bewusstsein der Selbstverständlichkeit oder Evidenz verknüpft ist, wenn eine Denknötwendigkeit uns zwingt, dasselbe mit Überzeugung absoluter Gewisheit zu vollziehen» ⁵⁸. Esta definición quiere ser completa y merece un análisis, sobre todo los dos conceptos *Denknötwendigkeit* y *Evidencia*. La *Denknötwendigkeit* puede considerarse bajo dos aspectos: el objetivo y el subjetivo.

La *Denknötwendigkeit* *subjetiva* o *psicológica*: la necesidad de aceptar las consecuencias o proceso de premisas a conclusión derivada de factores psíquicos, físicos y fisiológicos; es diferente en cada persona y en el mismo individuo puede variar en diferentes circunstancias. Esta no nos interesa; es causa de que se produzcan procesos de pensamiento no lógicos.

La *Denknötwendigkeit* *lógica* u *objetiva*: supone y es producida por unas normas objetivas, independientes de cada inteligencia individual y que ligan a toda inteligencia. Es la que nos interesa y es también la más difícil de explicar. Puede subdividirse en dos o mejor considerarse bajo dos puntos de vista: como *ley natural* del pensamiento, es objeto de la Psicología; como *ley normativa*, que es la guía y pauta que *debe* seguir el pensamiento en su marcha hacia la verdad, es objeto de la Lógica ⁵⁹.

Precisamos el sentido normativo de la *Denknötwendigkeit* con estas palabras de Schröder: «Sie wäre, genauer gesagt, hinzustellen als der Inbegriff aller der Gesetze, allgemeinen Schemata oder Methoden, durch deren Befolgung man erstens von Richtigen Überzeugungen, Erkenntnissen ausgehend, stets wieder nur zu richtigen Erkenntnissen geführt wird, und zweitens, sofern solchen Gesetzen etwa auch selbständige Urteile entspringen sollten, gemäss welcher nur absolut gewisse und wahre gebildet werden können» ⁶⁰.

Para comprender mejor cómo se distingue la *Denknötwendigkeit* subjetiva de la objetiva viene en nuestro auxilio la evidencia intuitiva, el sentido y conciencia de la misma. Un examen detenido del contenido de la forma de nuestro pensamiento mediante la razón humana nos procura el convencimiento de que reconocemos como evidente la existencia de esas leyes generales que caracterizan el pensar deductivo, o el paso de unos presupuestos a unas conclusiones necesarias ⁶¹.

58. SCHRÖDER, E., *Ibid.*, 9-11.

59. *Ibid.*, p. 12. Cf. DROBISCH, M. W., *Neue Darstellung der Logik...*, Hamburg und Leipzig, 1887, 5.ª ed., p. 1-5.

60. SCHRÖDER, E., *Ibid.*, p. 12.

61. *Ibid.*, p. 13. El convencimiento del absolutismo de la lógica era durante este tiempo muy frecuente entre los autores. Véase a este propósito un texto significativo de un matemático español contemporáneo: «He de decir que cualquier tratamiento matemático de un problema lógico dado no hará más que repetir en

La experiencia de esta conciencia inmediata de la evidencia que acompaña una parte de nuestro proceso racional, la fe en su autenticidad, la *communis ligatio* (*Gemeinverbindlichkeit*) de toda la humanidad, que debe sujetarse a esas leyes objetivas, es un postulado fundamental. La creencia en ese postulado es el fundamento de toda certeza; quien no lo acepte deberá negar igualmente la existencia de la ciencia y de la certeza.

La fe en la existencia de esquemas comunes, que debe seguir todo hombre al pensar es una base y un punto de partida de Schröder. Siguiendo esas normas universales el entendimiento alcanza la verdad y no cae en error.

La existencia del error es una de las justificaciones de la necesidad de la lógica. De ahí el interés de la reflexión a fin de que el pensamiento correcto se haga verdaderamente común y según esas normas patrimonio de toda la humanidad ".

Esas leyes que existen naturalmente en todos y cada uno de los entendimientos son de suyo naturales, pero hay que hacerlas conscientes: son a modo de ciertos hábitos cerebrales que se han producido en nosotros mediante causas físicas y psíquicas ".

Tener conciencia de esas leyes, establecerlas y enunciarlas de modo claro es la tarea de la lógica deductiva. Cada juicio, cada deducción se hacen y deben hacerse según un esquema: reproducir ese esquema de modo explícito y expresarlo en lenguaje simbólico ha de ser el objeto de la lógica.

Puede resumirse así toda la empresa lógica de nuestro autor: *«das Ideal ist: die Gesetze folgerichtigen Denkens zum Bewusstsein zu bringen, denselben einen allgemeinen und zugleich möglichst einfache Grundlagen-*

un lenguaje simbólico diferente de los otros, hechos que para un mismo problema son siempre los mismos. Al variar de método se cambia el idioma simbólico, se traduce simplemente a él lo ya escrito de otro modo; mas a semejanza de un libro poliglota el contenido es siempre el mismo. La lógica de Boole, la de Ladd, Mitchell, Peirce o Schröder es por completo la misma, sólo cambian los signos empleados y la gramática de los signos. Y es que el origen de estas leyes es el indicado por Benjamín Peirce en una de sus obras con las palabras «*divine source of all geometry*», inmutable, inflexible, eterno». REYES y PROSPER, *Cristina Ladd Franklin: matemática americana y su influencia en la lógica simbólica*, en «El Progreso matemático (Zaragoza), I, 1891, p. 297-8.

Podemos sin embargo añadir que Schröder, que se mueve dentro de esa concepción, es el descubridor de que no todo lattice es distributivo, contra las insistencias de Peirce; que además se complace en establecer diferentes campos a los que se aplican diferentes leyes con diferentes operaciones. Sobre eso trabaja especialmente al morir como puede verse en *Vorlesungen*, II/2, publicado después de su muerte. Estos atisbos de Schröder dentro de aquel inflexible absolutismo le hacen hoy sumamente actual. Cf. BERKHOFF, G., *Lattice theory* New York, 1948, p. 133.

62. *Ibid.*, p. 13, 15 ss.

63. *Ibid.*, p. 107 ss. Schröder aprovecha los trabajos de Peirce añadiendo comentarios acerca de cómo se producen en nosotros esas leyes, *Denknotwendigkeiten*, etc., que constituyen el objeto de la lógica en sentido riguroso. «*Denkensagt ungefähr Peirce-Denkens Gehirntätigkeit (cerebration) ist ohne Zweifel den allgemeinen Gesetzen der*

auf möglichst wenige Prinzipien oder Axiome - zurückzuführen, und überhaupt dieses Denken zu einer bewussten Kunstfertigkeit zu gestalten - noch mehr: es in eine Technik zu entwickeln, welche zu irgendwie gegebenen Prämissen oder Annahmen mit leichtester Mühe alle Folgerungen liefere, die nach irgend einer wünschbaren Richtung überhaupt gezogen werden können, auch mit unfehlbarer Sicherheit über die Folgerichtigkeit oder -unrichtigkeit einer Behauptung zu entscheiden, die richtige zu be-werden können, auch mit unfehlbarer Sicherheit über die Folgerichtigkeit rrafo largo, pero que contiene lo que para Schröder significa la lógica, todo su contenido y objeto. (64)

Las leyes naturales y normativas de la deducción, las leyes de la *Denknotwendigkeit*, de la *Gemeinverbindlichkeit* constituyen, pues, el objeto de la lógica deductiva, son la misma deducción pura.

La lógica deductiva se extiende a estos dos objetos que presupone todo proceso del pensamiento: 1) *las verdades analíticas*, los juicios de identidad; 2) *el paso o tránsito* de esos juicios analíticos a otras verdades nuevas.

La lógica va, pues, a tratar de descubrirnos esas leyes naturales y normativas que existen en la naturaleza humana y bajo cuyo influjo realiza el entendimiento la unión entre predicado y sujeto en el juicio o el tránsito de las premisas a la conclusión; descubrir lo que es el *leitende Prinzip* en los raciocinios o juicios será nuestra misión ⁶⁵.

Husserl critica severamente la confusión entre la parte y el todo, ya que Schröder debiera extender más el campo de la lógica deductiva: la lógica debiera abarcar la totalidad de las evidencias inmediatas como punto de partida, y debe considerar igualmente el contenido de los juicios. Husserl no comprende que sería salirse del campo de la lógica formal, que debe considerar el deducir en general, prescindiendo de toda consideración material. La teoría de las actividades del espíritu en cuanto deduce, calcula, opera, pertenecería más bien a la Psicología ⁶⁶.

Nerventätigkeit (nervous action) unterworfen... Zu unsern wichtigsten Gewohnheiten gehören diejenigen, kraft deren gewisse Klassen von Antrieben oder Reizungen uns zuerst in eine bloss geistige, physiologisch betrachtet, bloss cerebrale oder Hirntätigkeit versetzen. *Ibid.*, p. 107-108. Husserl critica con razón esa extensa y aventurera teoría de Peirce acerca del juicio, y ese modo increíble de presentar el juicio y los hábitos mentales. HUSSERL, *Ibid.*, p. 117-18. El trabajo de PEIRCE se encuentra en «American Journal of Mathematics», 3, 1880, p. 15-57 o en «Collected papers», vol. 3, p. 104-157.

Como observa Husserl (*loc. cit.*, p. 243-5), Schröder trata problemas que no se relacionan directamente con la obra lógica, y que los aborda simplemente por cierto prurito de meterse en filosofías por ej., unidad de la conciencia, origen de la fe en un mundo exterior, libertad y necesidad de la voluntad humana, teorías de la sensación, etc. (Schröder, p. 21-24, 25-30, 33-35, 107-113), ello indica, sin embargo, el interés que presenta la situación de nuestro autor desde un punto de vista filosófico, y no simplemente la consideración de la fundamentación filosófica de un cálculo lógico en general.

64. SCHRÖDER, E., *Ibid.*, p. 17 s.

65. *Ibid.*, p. 116-17.

66. HUSSERL, Ed. *Ibid.*, p. 243-45.

Husserl insiste reiteradamente contra Schröder y contra la lógica algorítmica en que *rechnen ist kein folgern*, calcular no es deducir; pero el mismo reconoce la eficacia del método de la deducción matemática donde igualmente quedan en pie muchos problemas filosóficos acerca de la naturaleza del número, acerca del problema del cero y de la clase nula, etc. El cálculo ha progresado independientemente de las diferentes teorías que pretenden explicar las cuestiones fundamentales. Y Schröder, como el mismo Husserl reconoce, realiza una maravilla de cálculo lógico, siguiendo el paralelismo matemático. Calcular no será deducir; más que una lógica de la deducción pura nos presenta Schröder un cálculo de la deducción pura, que como Husserl admite, facilita en gran manera la deducción y la conduce de modo más seguro ⁶⁷.

La crítica de Husserl —por lo demás interesantísima— se sale del punto de vista de Schröder y cae en los defectos que nuestro autor pretende evitar, el empezar por una lógica filosófica. A lo sumo demuestra que es necesaria una filosofía o una fundamentación filosófica del cálculo. Pero en el plan del profesor de Karlsruhe eso ha de venir después. El ideal de Schröder es de una amplitud extraordinaria y como hemos ya repetido ha de realizarse gradualmente.

La parte más elemental será esa lógica de la extensión, que nuestro autor pretende presentar como definitiva y que llama con Peirce la lógica de los *términos absolutos*, y que desarrolla en los dos volúmenes de la magna obra *Vorlesungen über die Algebra der Logik* que a su vez se divide en *lógica de las clases* (vol. 1) y *lógica de las proposiciones* (vol. 2). Una segunda etapa ulterior está constituida por la *lógica de los términos relativos*, que Schröder inicia y de la que es con Peirce creador, y a la que dedica el tercer volumen de la misma obra. Esa lógica de la extensión que abarca los *términos absolutos* y los *términos relativos* será el punto de partida para otras investigaciones superiores acerca de las comprensiones ⁶⁸.

Esta lógica de la extensión es la parte más elemental y más fundamental, que nos pondrá en conocimiento de las operaciones básicas del espíritu humano a fin de poder trabajar con seguridad en las etapas posteriores.

La empresa de Schröder queda sin terminar y ni siquiera la lógica de la extensión es completa; después de su muerte aparece el volumen II/2 póstumo; una segunda parte del III que estaba anunciada, no se publicó nunca.

La lógica antigua puede considerarse como una parte del álgebra lógica; ésta ha de tener un influjo decisivo sobre aquélla. La lógica absoluta

67. *Ibid.*, p. 246 et passim.

68. SCHRÖDER, E., *Ibid.*, p. 95-96.

de Schröder corresponde a la lógica de las proposiciones predicativas, abarca toda la silogística escolástica y aun toda la lógica tradicional si se limpiase de sus impurezas metafísicas y psicológicas. La parte última o la lógica de los términos relativos representa un inmenso avance en relación con la lógica tradicional. Es la lógica de los *juicios de relación* y de los *juicios no-predicativos* ni siquiera soñada por los escolásticos⁶⁹.

C O N C L U S I O N

No vamos a entrar ahora en la presentación sistemática del cálculo lógico, ni en la exposición de la técnica de nuestro autor, tan alabada por Husserl. Eso será objeto de ulteriores trabajos.

Lo que antecede lo considero necesario para la recta interpretación de su obra, de sus ambiciosos proyectos —solamente realizados en su primer estadio— y para darnos cuenta del profundo sentido filosófico de su álgebra lógica. Esta se mueve dentro de los marcos clásicos del pensamiento griego, aunque por otro lado al realizar su plan se encuentren vislumbres de teorías modernas, que están actualmente muy en boga y que globalmente se llaman *moderna álgebra de la lógica*.

Schröder escribe la más grandiosa síntesis del álgebra de la lógica clásica o antigua y es al mismo tiempo un precursor de la moderna. Lo es sobre todo por su insistencia en la no-universalidad de la ley distributiva, y en la distinción de estructuras diferentes con diferentes leyes y con diferentes operaciones. Para construir una filosofía del cálculo tiene nuestro autor elementos muy interesantes, esparcidos en toda su obra.

Me parece que con la presente introducción estamos capacitados para estudiar con provecho su gran obra *Lecciones de álgebra de la lógica*, y comprender el sentido filosófico que Schröder ha querido darle.

69. *Ibid.*, p. 121-125.